

**ROBERT PIETRZYKOWSKI**

# **WYKORZYSTANIE METOD STATYSTYCZNEJ ANALIZY PRZESTRZENNEJ W BADANIACH EKONOMICZNYCH**

**Streszczenie:** Celem artykułu było przybliżenie statystycznych metod przestrzennych. Ze względu na obszerność tematu ograniczono się do zagadnienia autokorelacji przestrzennej. Omówiono takie współczynniki korelacji jak: Morana, Geary'ego, Getisa i Orda. W pracy przedstawiono przykłady analiz przestrzennych, które zostały przeprowadzone przez autora. Omówiono również kluczowe zagadnienie w analizach przestrzennych jakim jest dobór macierzy wag.

**Słowa kluczowe:** ekonometria przestrzenna, autokorelacja przestrzenna, nowa ekonomia geograficzna (NEG)

## **1. WSTĘP**

W ekonomii klasycznej i neoklasycznej na przełomie XIX i XX wieku nie uwzględniano umiejscowienia gospodarki w przestrzeni, chociaż ekonomia przestrzenna rozwijała się jako niezależny nurt ekonomii począwszy od XIX wieku. Jako prekursora ekonomii przestrzennej i teorii lokalizacji należy wymienić Johanna Heinricha von Thünen, który w 1826 roku opracował teorię stref rolniczych, określaną jako teorię kręgów (Der isolierte Staat). Podział stref był następujący: pierwszy z kręgów obejmował działalność rolniczą z ogrodnictwem i produkcją mleka, w drugim zlokalizowana była gospodarka leśna i funkcje rekreacyjne, w trzecim rolnictwo ekstensywne, a w czwartym produkcja zwierzęca. Thünen w oparciu o klasyczną teorię renty gruntowej, kosztów transportu i funkcji odległości sformułował prawo mówiące, że w miarę oddalania się od punktu centralnego (miasta) rosną koszty transportu, a zatem intensywność produkcji rolniczej jest malejącą funkcją odległości gospodarstwa od rynku zbytu (miasta). Mimo wielu uproszczeń teorię kręgów Thünen uznano jako pionierską w ekonomii przestrzennej. Teoria Thünen została rozwinięta przez Launhardta (matematyczne ujęcie teorii lokalizacji), Hottelina (modele lokalizacji), Webera

(modele lokalizacji przemysłu) i Löscha (teoria rdzenia i peryferii). Jak można zauważyć ekonomia przestrzenna w swoich początkach rozwijała się wśród ekonomistów niemieckich. Dopiero po drugiej wojnie światowej analizą przestrzenną zajmowali się ekonomiści spoza szkoły niemieckiej. Należy tu wymienić Isarda, Hoovera i Ponsarda, który zebrał i przedstawił cztery paradygmaty ekonomii przestrzennej: Thüнена, Webera, Hottelanga i Löscha. Chociaż teorie lokalizacji utraciły częściowo swoje znaczenie, ze względu na zwiększenie zasięgu rynków zbytu, rozwój infrastruktury miejskiej, stosowanie interwencjonizmu państwowego i powszechną globalizację to w chwili obecnej wzrasta znaczenie przestrzeni w badaniach ekonomicznych.

W latach 90. Krugman zapoczątkował nowy nurt ekonomii, prezentujący model równowagi przestrzennej alokacji aktywności ekonomicznych, który określił jako nową ekonomię geograficzną. Uwzględnienie przestrzeni w analizach procesów ekonomicznych wymagało więc powstania nowych metod statystycznych i ekonometrycznych. Za prekursorów nowej dyscypliny naukowej jaką jest ekonometria przestrzenna uważa się Morana, Geary'ego, Toblera, Paelincka, który w 1974 roku na posiedzeniu Holenderskiego Towarzystwa Statystycznego, wprowadził pojęcie ekonometrii przestrzennej. W chwili obecnej można zauważyć dynamiczny rozwój tej dziedziny nauki na świecie, natomiast w Polsce oprócz tłumaczeń prac dotyczących tej dziedziny mamy tylko trzy publikacje książkowe Kopczewskiej<sup>1</sup>, Suheckiego<sup>2</sup> i Zeliaś<sup>3</sup>.

Celem pracy jest przybliżenie niektórych metod ekonometrii przestrzennej i prezentacja wyników badań dotyczących analiz przestrzennych.

## 2. EKONOMETRIA PRZESTRZENNA

W 1970 roku Tobler<sup>4</sup> sformułował pierwsze prawo geograficzne, określane również jako prawo empirycznych analiz przestrzennych, które brzmi: „Wszystko jest powiązane ze sobą, ale bliższe obiekty są bardziej zależne od siebie niż odległe”. Natomiast Paelinck i Klaassen stwierdzili, że województwa, regiony czy państwa jako jednostki przestrzenne podlegają wpływom innych sąsiadujących jednostek przestrzennych oraz zależą od zachodzących w nich procesów ekonomicznych, politycznych i społecznych. Uwzględniając takie nauki jak geografia, ekonomia i ekonometria zapoczątkowali nową dziedzinę jaką jest ekonometria przestrzenna. Paelinck i Klaassen<sup>5</sup> sformułowali również pięć zasad konstrukcji

<sup>1</sup> K. Kopczewska, *Ekonometria i statystyka przestrzenna*, CEDEWU.PL, Warszawa 2007.

<sup>2</sup> B. Suhecki, *Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych*, C.H. Beck, Warszawa 2010.

<sup>3</sup> A. Zeliaś, *Ekonometria przestrzenna*, PWN, Warszawa 1991.

<sup>4</sup> W. R. Tobler, *A computer model simulating urban growth in Detroit region*, „Economic geography” 1970/46(2), s. 236.

<sup>5</sup> J. H. P. Paelinck, L. H. Klaassen, *Ekonometria przestrzenna*, PWN, Warszawa 1983, s. 14–22.

modeli przestrzennych oraz twierdzili, że w badaniach przestrzennych należy wziąć pod uwagę: współzależność przestrzenną zmiennych endogenicznych, asymetrię i heterogeniczność relacji w przestrzeni, allotopię, odmienne interakcje *ex ante* i *ex post*, charakterystyki przestrzeni zawierające współrzędne obszarów oraz miary odległości i natężenia dla badanych zmiennych. W badaniach przestrzennych należy również uwzględnić problem związany z kierunkiem i siłą oddziaływania poszczególnych obszarów to znaczy zasady izotropowości i anizotropowości. W zasadzie izotropowości uwzględniamy jednakowe oddziaływanie we wszystkich kierunkach sił danej lokalizacji na obiekty sąsiadujące, a w zasadzie anizotropowości zróżnicowanie tychże oddziaływań w zależności od kierunku. W modelach ekonometrycznych dla danych przestrzennych uwzględnia się zatem autokorelację i heterogeniczność przestrzenną, asymetrię, allotopię i anizotropię<sup>6</sup>. Ekonometria przestrzenna uwzględnia zatem aspekt położenia obiektu w przestrzeni w odróżnieniu od zwykłej ekonometrii, która zajmuje się ustalaniem za pomocą metod matematyczno – statystycznych ilościowych prawidłowości w życiu gospodarczym w aspekcie punktowym lub czasowym. Oprócz niewątpliwego związku ekonometrii przestrzennej z klasyczną, należy również wymienić powiązanie z ekonomią regionalną<sup>7</sup>, gospodarką przestrzenną<sup>8</sup> i nową ekonomią geograficzną<sup>9</sup>. Należy również stwierdzić, że ekonometria przestrzenna bazuje na statystyce matematycznej, geostatystyce oraz taksonomii<sup>10</sup>. Analiza przestrzenna jest zatem bardziej skomplikowana w swojej strukturze niż klasyczne metody ilościowe, dlatego wymaga wytworzenia specjalistycznych metod, dzięki którym można było uniknąć błędów po wprowadzeniu efektów przestrzennych do modeli ekonometrycznych. Niewątpliwym wkładem w rozwój metod przestrzennych, a także programów komputerowych mających zastosowanie do analiz przestrzennych należy przyznać Anselinowi<sup>11</sup>. Jednak nie można pominąć również prac innych naukowców, którzy doskonalili i unowocześniali metody i narzędzia wykorzystywane w analizach przestrzennych: Florax, Rey<sup>12</sup>, Hsiao<sup>13</sup>, Matyas, Sevestre<sup>14</sup>, Getis, Mur, Zoller<sup>15</sup>, Baltagi<sup>16</sup> i wielu innych.

<sup>6</sup> B. Suchecki, *Ekonometria*, dz. cyt., s. 18.

<sup>7</sup> M. Fujita, P. R. Krugman, A. J. Venables, *The Spatial Economy: Cities, Regions and International Trade*, The mit Press, Cambridge 2001.

<sup>8</sup> R. Domański, *Gospodarka przestrzenna*, PWN, Warszawa 2006.

<sup>9</sup> J. V. Henderson, *New economic geography*, Edward Elgar Pub., London 2005.

<sup>10</sup> A. Zeliaś, *Ekonometria*, dz. cyt., s. 12.

<sup>11</sup> L. Anselin, *Thirty years of spatial econometrics*, Papers in Regional Science, Volume 89, Issue 1, 2010, s. 3–25.

<sup>12</sup> L. Anselin, R. Florax, S. Rey (red.), *Advanced in Spatial Econometrics. Methodology. Tools and applications*. Springer-Verlag, Berlin 2004.

<sup>13</sup> C. Hsiao, *Analysis of Panel Data*. Cambridge University Press 2003.

<sup>14</sup> L. Matyas, P. Sevestre (red.), *The econometrics of Panel Data*, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht 2006.

<sup>15</sup> A. Getis, J. Mur, H. Zoller (red.), *Spatial Econometrics and Spatial Statistics*, Palgrave Macmillan, New York 2004.

<sup>16</sup> B. H. Baltagi, *Econometrics analysis of panel data*, John Wiley & Sons. New York 2005.

### 3. BADANIE ZALEŻNOŚCI PRZESTRZENNYCH, MACIERZ WAG

W analizie przestrzennej jednostką przestrzenną może być kraj, województwo, powiat lub gmina, ale również miasto, dzielnica, czy gospodarstwo. Ważne jest umiejscowienie badanej jednostki w przestrzeni i zaimplantowanie tego położenia do analizy statystycznej. W badaniach przestrzennych należy również uwzględnić interakcje pomiędzy jednostkami przestrzennymi, ponieważ wiadomo, że badane jednostki przestrzenne nie funkcjonują w izolowanej przestrzeni. Poza tym zgodnie z prawem Toblera im dane jednostki przestrzenne są bliżej siebie, tym bardziej mogą oddziaływać na siebie, a ich interakcje mogą być bardziej znaczące. A zatem definicję wzajemnych powiązań przestrzennych należy oprzeć na definicji sąsiedztwa.

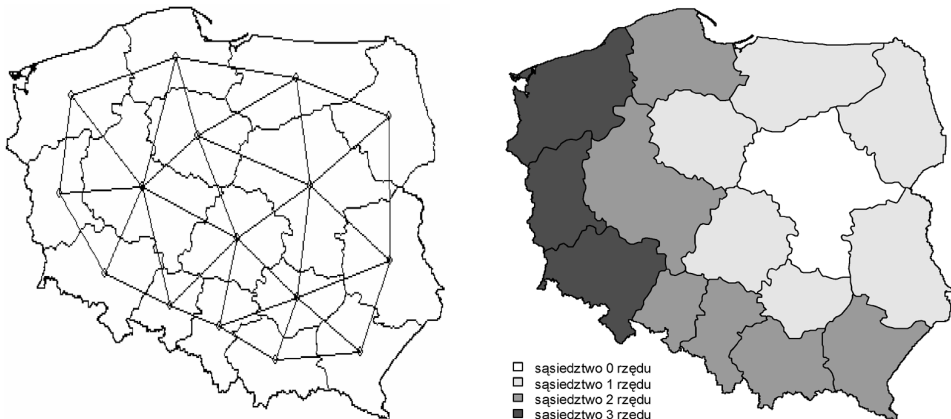
Podstawową definicję sąsiedztwa można określić w następujący sposób: *dwie jednostki przestrzenne możemy uznać za sąsiednie jeżeli mają wspólną granicę*. Dla potrzeb obliczeń statystycznych, sąsiedztwo określa się według następującego schematu:

$$\begin{cases} w_{ij} = 1, & \text{gdym obiekt } i - \text{ty jest sąsiadem obiektu } j - \text{tego} \\ w_{ij} = 0, & \text{gdym obiekt } i - \text{ty nie jest sąsiadem obiektu } j - \text{tego} \\ w_{ij} = 0, & \text{gdym } i = j \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:  $w_{ij}$  – jest elementem macierzy sąsiedztwa.

W przypadku kiedy dwa obiekty (jednostki przestrzenne) sąsiadują ze sobą w macierzy sąsiedztwa zaznaczamy to jako 1, w przypadku kiedy obiekty nie są sąsiadami przyznajemy wartość 0. Na diagonalu macierzy sąsiedztwa wstawiamy zera ponieważ dany obiekt nie może być swoim sąsiadem.

**Rysunek. 1. Przykład powiązań według kryterium wspólnej granicy: (lewy) sąsiedztwo pierwszego rzędu, (prawy) sąsiedztwo pierwszego, drugiego i trzeciego rzędu dla województwa mazowieckiego**



Źródło: obliczenia własne

Sąsiedztwo, może być pierwszego rzędu, kiedy rozważamy tylko obiekty sąsiadujące ze sobą bezpośrednio lub dalszych rzędów, kiedy będziemy uwzględniać kolejnych sąsiadów. Przykład sąsiedztwa pierwszego, drugiego i trzeciego rzędu dla województwa mazowieckiego przedstawiono na rysunku 1. Widać, że województwa najdalej położone (lubuskie, zachodnio-pomorskie i dolnośląskie) są sąsiadami 3 rzędu dla województwa mazowieckiego. Można również zaobserwować, że kryterium wspólnej granicy, nie koniecznie może dobrze odzwierciedlać wzajemne powiązania między badanymi obiektami. Weźmy województwo mazowiecki i wielkopolskie, które nie mają wspólnej granicy, ale jednak są blisko siebie położone. Dlatego często, wybiera się inne kryteria w celu uzyskania macierzy sąsiedztwa np. wybierając sąsiadów w odległość  $d$  km na zasadzie:

$$\begin{cases} w_{ij} = 1, & \text{gdy obiekt } i - \text{ty jest oddalony od obiektu } j - \text{tego o } d \text{ km lub mniej} \\ w_{ij} = 0, & \text{gdy obiekt } i - \text{ty jest oddalony od obiektu } j - \text{tego o więcej niż } d \text{ km} \\ w_{ij} = 0, & \text{gdy } i = j \text{ (elementy diagonal macierzy sąsiedztwa)} \end{cases} \quad (2)$$

gdzie:  $w_{ij}$  – jest elementem macierzy sąsiedztwa.

Można również uwzględnić jako miarę odległości, odległość euklidesową, kwadratową lub odwrotną. Zupełnie innym podejściem jest określenie interakcji przestrzennych poprzez wprowadzenie odległości społecznych<sup>17</sup> lub ekonomicznych<sup>18</sup>, które oparte są na wzajemnych stosunkach handlowych, przepływie kapitału oraz migracjach pomiędzy badanymi obiektami (jednostkami przestrzennymi). Propozycję macierzy wag uwzględniającą długość granicy, można znaleźć u Dacey'a<sup>19</sup>, który zaproponował następujące określenie elementów macierzy wag:

$$w_{ij} = b_{ij} \alpha_i \beta_{ij} \quad (3)$$

gdzie:  $w_{ij}$  – jest elementem macierzy sąsiedztwa,  
 $b_{ij}$  – jest binarnym współczynnikiem sąsiedztwa,  
 $\alpha_i$  – jest udziałem powierzchni obiektu  $i$ -tego w badanej powierzchni całkowitej,  
 $\beta_{ij}$  – jest miarą granicy obiektu w badanej powierzchni całkowitej.

Jak można zauważyć określenie macierzy wag w analizach przestrzennych jest bardzo ważne. Dyskusję na temat określania macierzy wag można znaleźć

<sup>17</sup> P. Doreian, *Linear models with spatial distributed data. Spatial disturbances or spatial effects*, Sociological Methods and Research, 1980/9, 29–60.

<sup>18</sup> T. G. Conley, *GMM estimation with cross selection dependance*, Journal of Econometrics, 1999/92(1), s. 1–45.

<sup>19</sup> M. Dacey, *A review of measures of contiguity for two and k-color maps. In spatial analysis, A Reader in Statistical Geography*, B. Berry and D. Marble (eds), Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1968, s. 479–495.

u Clifa i Orda<sup>20</sup>, Anselina<sup>21</sup> i Uptona i Fingeltona<sup>22</sup>. Dobór odpowiedniej macierzy wag stanowi poważny problem metodologiczny. Ponieważ jak już wspomniano wcześniej, macierz wag określa się a priori, a jakość dalszych analiz zależy od jej specyfikacji. Najczęściej stosowana macierz wag to macierz oparta na kryterium wspólnej granicy, pierwszego rzędu, unormowana wierszowo (dla każdego wiersza suma jego elementów musi wynosić 1).

#### 4. BADANIE ZALEŻNOŚCI PRZESTRZENNYCH, WSPÓŁCZYNNIKI KORELACJI

Do badania związku pomiędzy analizowanymi zmiennymi należy określić współczynnik korelacji, jednak uwzględniający położenie w przestrzeni. O ile dla szeregów czasowych mówimy o opóźnieniu w czasie i zjawisku autokorelacji czasowej, to dla danych przestrzennych będziemy mówili o opóźnieniu przestrzennym spowodowanym przez kryterium sąsiedztwa, a tym samym określimy autokorelację przestrzenną. Autokorelacja przestrzenna określa stopień związku wartości zmiennej dla danej jednostki przestrzennej z wartością tej samej zmiennej w innej jednostce (lokalizacji). Konsekwencją istnienia takiej zależności jest przestrzenne grupowanie się podobnych wartości w klastry. Autokorelacja dodatnia to przestrzenne gromadzenie się wysokich lub niskich wartości obserwowanych zmiennych, a autokorelację ujemną można rozumieć jako odwrotność autokorelacji dodatniej czyli obok wysokich wartości obserwowanych zmiennych występują wartości niskie. Najczęściej w badaniu autokorelacji przestrzennej wykorzystuje się współczynnik korelacji Morana<sup>23</sup>, ale można również liczyć współczynniki Geary'go, Getisa i Orda. W statystyce przestrzennej możemy mówić o współczynniku korelacji globalnym i lokalnym Morana. Globalna korelacja wynika z istnienia korelacji w obrębie całego badanego obszaru. Natomiast lokalna wykazuje zależności przestrzenne danej zmiennej z obiektami sąsiadującymi w konkretnej lokalizacji. Jak wspomniano wcześniej globalna autokorelacja przestrzenna bada wzajemne powiązania pomiędzy obiektami, a zatem można ją sprowadzić do weryfikacji następującej hipotezy:

$$H_0: \rho = 0, \quad H_1: \rho \neq 0, \quad (4)$$

gdzie:  $\rho$  – oznacza współczynnik korelacji przestrzennej.

<sup>20</sup> A. D. Cliff, K. Ord, *Spatial Process: Models and Applications*, Pion, London 1981.

<sup>21</sup> L. Anselin, *Lagrange Multiplier Test Diagnostics for Spatial Dependence and Spatial Heterogeneity*, *Geographical Analysis*, 1988/20, s. 1–17.

<sup>22</sup> G. Upton, B. Fingleton, *Spatial Data Analysis by Example*, Wiley, New York 1985.

<sup>23</sup> J. K. Ord., A. Getis, *Local Spatial Autocorrelation Statistics: Distributional Issues and an Application*, *Geographical Analysis*, 1995/27, 286–306.

Nie odrzucenie hipotezy zerowej oznacza brak autokorelacji przestrzennej, a zatem obserwowane wartości cechy są rozmieszczone w sposób losowy pomiędzy poszczególnymi lokalizacjami. Odrzucenie hipotezy zerowej oznacza istnienie autokorelacji przestrzennej i implikuje wniosek, że wartości obserwowanej zmiennej nie są rozmieszczone w sposób losowy pomiędzy poszczególnymi lokalizacjami. Do weryfikacji powyższej hipotezy możemy wykorzystać globalny współczynnik korelacji Morana o postaci:

$$I_g = \frac{N}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (5)$$

gdzie:  $w_{ij}$  – odpowiedni element macierzy wag,  
 $x_i$  – oznacza wartość cechy danego obiektu w lokalizacji  $i$  – tej,  
 $x_j$  – oznacza wartość cechy danego obiektu w lokalizacji  $j$  – tej,  
 $\bar{x}$  – oznacza przeciętną wartość cechy dla wszystkich obiektów,  
 $N$  – oznacza wszystkie obiekty które uwzględniamy w badaniu.

Oprócz globalnego współczynnika korelacji Morana, wykorzystywane są również współczynnik korelacji Geary'ego  $C_g$  (wzór 6) i Getisa i Orda  $G_g$  (wzór 7).

$$C_g = \frac{(n-1)}{2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - x_j)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (6)$$

gdzie: wszystkie oznaczenia jak we wzorze 5.

Statystyka Getisa i Orda jest mniej popularna od statystyk Morana i Geary'ego ze względu na pewne ograniczenie. Mianowicie miernik ten obliczany jest na podstawie wybranych a priori macierzy odległości wymagających zdefiniowania maksymalnego dystansu ( $d$ ) w obrębie, którego spodziewane jest pojawienie się klastrow. Macierz wag przyjmuje wartości 1, jeżeli lokalizacja jest w obrębie poniżej zdefiniowanej odległości  $d$ , oraz 0 w przypadku kiedy lokalizacja występuje poza okręgiem wyznaczonym przez określoną odległość  $d$ .

$$G_g = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}(d) x_i x_j}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j} \quad (7)$$

gdzie: wszystkie oznaczenia jak we wzorze 5.

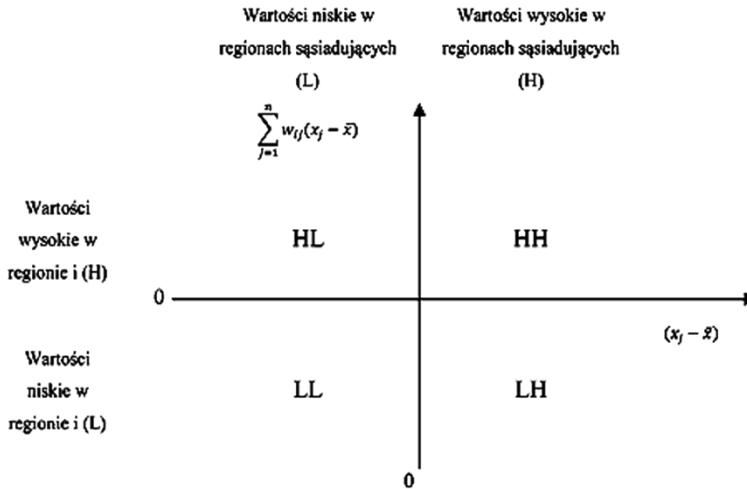
Wadą wszystkich globalnych autokorelacji (wzory 5, 6, 7) jest to, że ich wartości zależą od agregacji całego badanego obszaru na regiony.

Graficzną prezentacją autokorelacji przestrzennej jest wykres rozrzutu Morana, który dotyczy wartości współczynnika globalnego Morana ( $I_g$ ). Wykres ten jest



wykorzystywany do wizualizacji związków przestrzennych i określenia kierunku autokorelacji przestrzennej. Wykres podzielony jest na cztery części względem wartości zerowych.

**Rysunek 2. Wykres rozrzutu Morana określający zależności pomiędzy regionem, a sąsiadującymi obiektami**



Źródło: opracowanie własne na podstawie Kopczewska<sup>24</sup>

Rozłożenie punktów na wykresie Morana, świadczy o obserwowanej autokorelacji, i tak: punkty w kwadracie HL i LH wskazują na ujemną autokorelację, a w kwadratach LL i HH na dodatnią autokorelację. Równomierne rozłożenie punktów w czterech kwadratach świadczy o braku autokorelacji przestrzennej. Na wykresie Morana umieszcza się również prostą regresji, której współczynnik kierunkowy jest tożsamy z współczynnikiem globalnej autokorelacji Morana, czyli w przypadku ujemnej autokorelacji przechodzi on przez punkt (0, 0) i kwadraty HL i LH. Rozmieszczenie punktów w kwadracie LL i HH, wskazuje, że obiekty w tym regionie przyjmują niskie lub wysokie wartości ze względu na badaną cechę.

W analizie przestrzennej oprócz badania globalnej korelacji przestrzennej, bada się również korelację wartości cechy w wybranej lokalizacji z sąsiadującymi obiektami (jednostkami przestrzennymi). Służy do tego lokalny współczynnik korelacji. Lokalne współczynniki korelacji pozwalają na bardziej szczegółowy wgląd w strukturę rozmieszczenia przestrzennego badanej zmiennej na danym obszarze, rozpoznanie wzorców heterogeniczności, identyfikację obszarów niestacjonarności, a także obserwacji nietypowych (hot spots i cold spots) oraz jednorodnych podobszarów (reżimów przestrzennych). Dekompozycję globalnego współczynnika korelacji na części dotyczące poszczególnych lokalizacji<sup>25</sup>. W statystykach

<sup>24</sup> K. Kopczewska, *Ekonometria*, dz. cyt., s. 74.

<sup>25</sup> B. Suhecki, *Ekonometria...*, dz. cyt., s. 120.



lokalnych wyróżniamy współczynnik lokalny Morana i Geary'ego zaliczany do grupy współczynników określonych przez Anselina jako LISA<sup>26</sup>.

$$I_{Li} = \frac{(x_i - \bar{x}) \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_j - \bar{x})}{\sum_{j=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (8)$$

gdzie: wszystkie oznaczenia jak we wzorze 5.

$$C_{Li} = \sum_{j=1}^n w_{ij} (z_i - z_j)^2 \quad (9)$$

gdzie:  $z_i, z_j$  – standaryzowane wartości cechy w lokalizacji  $i$  – tej i  $j$  – tej

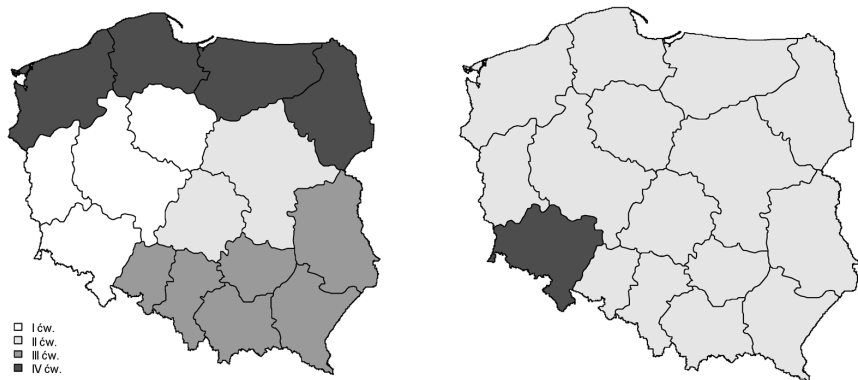
Współczynniki  $I_{Li}$  i  $C_{Li}$  (wzór 8 i 9) spełniają kryterium proporcjonalności do odpowiedniego współczynnika korelacji globalnej to znaczy suma wszystkich współczynników lokalnych w poszczególnych lokalizacjach przyjmuje wartość współczynnika globalnego autokorelacji. Współczynnik korelacji zaproponowany przez Getisa i Orda nie spełniają warunku proporcjonalności do współczynnika autokorelacji globalnej<sup>27</sup>.

$$G_{Li} = \frac{\sum_{j, j \neq i}^n w_{ij} x_i}{\sum_{j, j \neq i}^n x_j} \quad (10)$$

gdzie: wszystkie oznaczenia jak we wzorze 5.

Istotne lokalne współczynniki korelacji przedstawia się na mapach przestrzennych, aby określić lokalne zależności ze względu na badaną cechę. Na rysunku 3 (lewy) przedstawiono wykres przestrzenny przynależności do 4 ćwiartek wykresu rozrzutu Morana (rysunek 2) oraz wykres istotnych statystyk lokalnych (rysunek 3, prawy).

**Rysunek 3. Graficzne przedstawienie współczynników korelacji globalnej (lewy) i lokalnej (prawy)**



Źródło: obliczenia własne

<sup>26</sup> L. Anselin, *Local Indicators of Spatial Association – LISA*, Geographical Analysis, 1995/27(2), s. 93–115.

<sup>27</sup> J. K. Ord., A. Getis, *Local Spatial*, dz. cyt., s. 286–306.

Na tym wykresie region zaznaczony ciemnoszarym kolorem (województwo dolnośląskie), znacząco różni się ze względu na badaną cechę, natomiast województwa sąsiednie można uznać za podobne ze względu na badaną cechę. Na mapie brak zaznaczonych województw, które otoczone są regionami o znacząco różnych wartościach badanej cechy.

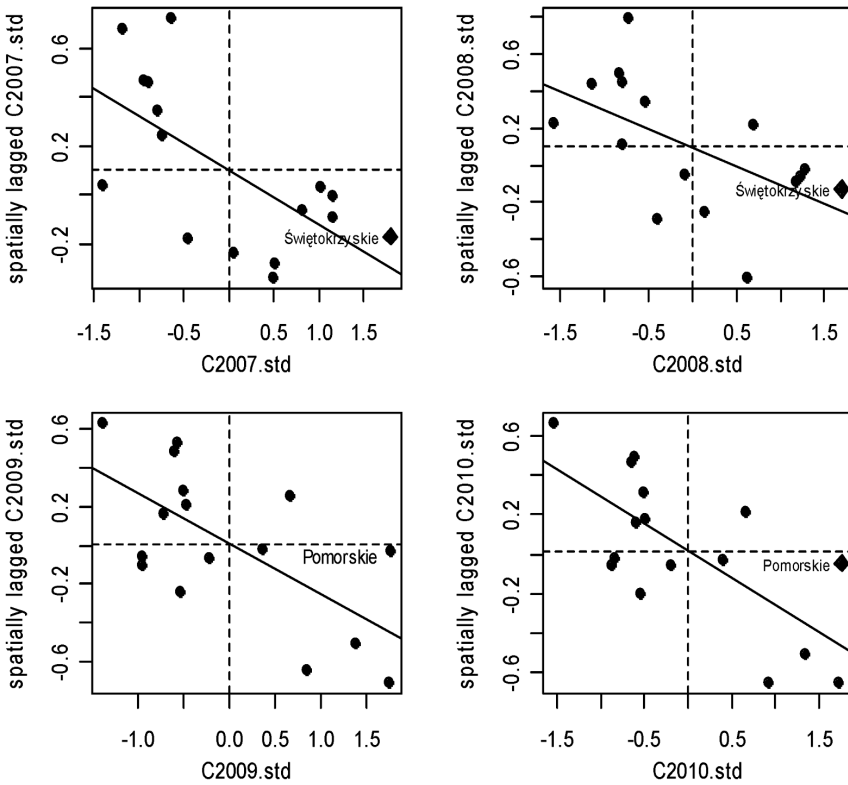
## 5. PRZYKŁADY ANALIZ PRZESTRZENNYCH

W dalszej części pracy zaproponowano przykłady zastosowania analiz przestrzennych w badaniach ekonomicznych. Analiza przestrzenna dotyczy tych cech, które obserwuje się w przestrzeni, są nimi na pewno ceny nieruchomości. W pracy Pietrzykowskiego<sup>28</sup> badano występowania zależności przestrzennych dla cen nieruchomości na rynku wtórnym. W pracy wzięto pod uwagę średnią cenę mieszkań. Analiza przestrzenna umożliwiła określenie podobieństwa i różnic między województwami oraz klasyfikację tych, które były podobne do siebie oraz tych, które różniły się między sobą. Badania oparto na materiale statystycznym z czterech lat od roku 2008 do 2010. W pracy wykorzystano współczynniki korelacji Morana (globalny i lokalny). Na rysunku 4 przedstawiono wykresy rozrzutu Morana (globalna autokorelacja). Na osi poziomej umieszczono wartości standaryzowane średnie ceny nieruchomości (C2007.std - ceny z roku 2007 dla danego województwa). Na osi poziomej mamy opóźnienia przestrzenne dla danej cechy (spatially lagged 2007.std), czyli w tym przypadku dla średniej ceny nieruchomości.

Rozmieszczenie punktów (województw) w lewej górnej i prawej dolnej ćwiartce świadczy o ujemnej autokorelacji, czyli o zróżnicowaniu cen ze względu na województwa. Można również zauważyć obserwacje odstające, a mianowicie w latach 2007–2008 outsiderem było województwo świętokrzyskie, a w latach 2009 i w pierwszym kwartale 2010 roku województwo pomorskie. W dalszej analizie wyznaczono wskaźniki lokalne Morana, których wyniki przedstawiono na wykresach (rysunek 5). Województwa zaznaczone ciemnoszarym kolorem to takie, dla których wartości statystyki lokalnej  $I_{Li}$  Morana były istotne. W roku 2009 i 2010 województwami, które są otoczone przez sąsiadów, dla których nie określono zróżnicowania cen nieruchomości były: lubuskie, mazowieckie i małopolskie. W efekcie przeprowadzonych badań stwierdzono, że wykorzystanie globalnej statystyki przestrzennej Morana potwierdziło ogólnie panującą opinię, że ceny nieruchomości zależą od ich położenia ponieważ wykazano ich zróżnicowanie we wszystkich badanych latach. Stwierdzono zatem istnienie zależności przestrzennych dla cen nieruchomości na rynku wtórnym. Analiza przestrzenna umożliwiła określenie podobieństwa i różnic między województwami oraz klasyfikację podobnych do siebie oraz różniących się między sobą.

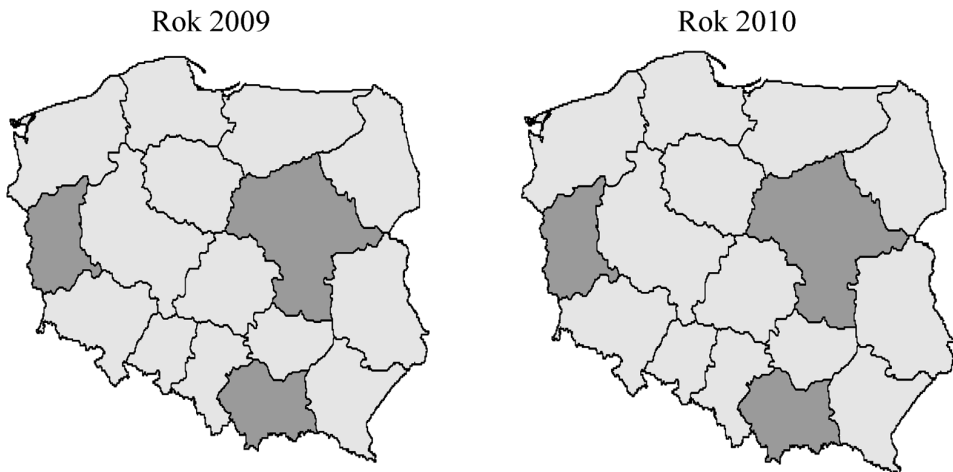
<sup>28</sup> R. Pietrzykowski, *Przestrzenna ujęcie rynku nieruchomości mieszkaniowych w latach 2007–2010*, „Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego. Finanse. Rynki Finansowe. Ubezpieczenia” 2010, nr 616 (29), s. 97–107.

**Rysunek 4. Wykresy rozrzutu Morana dla średnich cen nieruchomości mieszkaniowych w latach 2007–2010**



Źródło: obliczenia własne

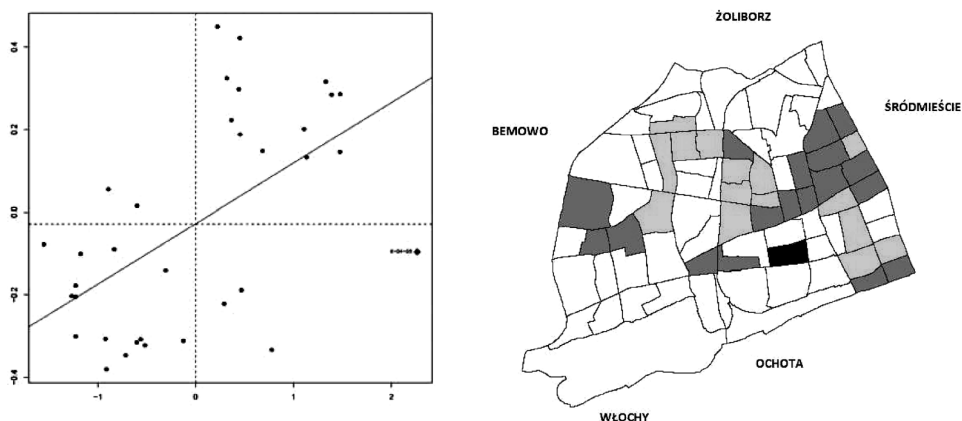
**Rysunek 5. Wykresy lokalnych statystyk Morana dla średnich cen nieruchomości województw w latach 2009–2010**



Źródło: opracowanie własne

W pracy Pietrzykowskiego i Koziół-Kaczorek<sup>29</sup> zaprezentowana została analiza rozkładu cen nieruchomości z wykorzystaniem metod statystyki przestrzennej. Zasadniczym problemem, przedstawionym w tym opracowaniu, było zbadanie rozkładu cen w zależności od lokalizacji. Prezentowane metody zostały zilustrowane na przykładzie danych pochodzących z wtórnego rynku nieruchomości na terenie dzielnicy Wola w Warszawie (rysunek 6). Jednostką przestrzenną była lokalizacja nieruchomości z dokładnością do ulicy i numeru budynku. Na podstawie przeprowadzonych analiz stwierdzono związek wartości cen 1 m<sup>2</sup> nieruchomości od lokalizacji. Stwierdzono dodatnią autokorelację cen nieruchomości, czyli ceny „podobne” sąsiadują ze sobą. Na obserwowanym rynku nieruchomości lokalowych można zaobserwować wyraźne klastry obrębów z cenami wyższymi i klastry obrębów z cenami niższymi. Ponadto wyższe ceny obserwowane są w obrębach graniczących z centrum Warszawy, a niższe w obrębach leżących w środkowej części Woli. Oprócz analiz rynku nieruchomości, autorzy<sup>30</sup> zajmowali się badaniem związków regionalnych ze względu na realizację działań w ramach RDP 2006–2006 oraz RDOP 2007–2013 do końca 2009 r. W analizach zostały wykorzystane dane statystyczne GUS, dotyczące liczby gospodarstw i powierzchni użytków rolnych w poszczególnych województwach oraz dane ARiMR dotyczące liczby składanych wniosków, liczby wydanych i wypłaconych decyzji.

**Rysunek 6. Wykres rozrzutu Morana (lewy) i współczynniki korelacji lokalnej (prawy) dla cen 1 m<sup>2</sup> lokalu**



Źródło: na podstawie Koziół-Kaczorek i Pietrzykowski

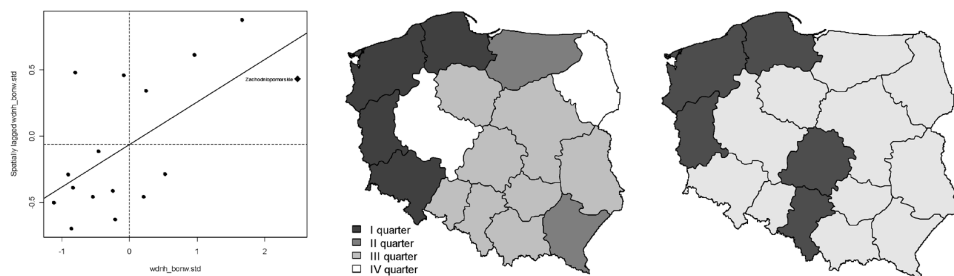
Jako miary intensywności wykorzystania środków przyjęto: liczbę pozytywnie rozpatrzonych wniosków o realizację płatności w działaniach: wsparcie rolnictwa

<sup>29</sup> D. Koziół-Kaczorek, R. Pietrzykowski, *Analiza cen nieruchomości z wykorzystaniem statystyki Morana*, „Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości” 2011, Vol. 19, nr 3, s. 182–191.

<sup>30</sup> R. Pietrzykowski, L. Wicki, *Regional differentiation in absorption of CAP funds on agri-environmental programmes in Poland*, 2011, „Economic Science for Rural Development. Proceedings of the International Scientific Conference” 2011, nr 26, s. 149–162.

na obszarach ONW, programy rolnośrodowiskowe, zalesienia w przeliczeniu na 1000 gospodarstw rolnych, które złożyły w danym roku wnioski o płatności bezpośrednie, wartość wypłaconych dotacji w przeliczeniu na 1 gospodarstwo składające wnioski o płatności bezpośrednie, wartość wypłaconych dotacji w przeliczeniu na 1 ha użytków rolnych. Wszystkie analizy prowadzono na poziomie województw. Na rysunku 7 przedstawiono wyniki uzyskane dla współczynników korelacji globalnych i lokalnych Morana dla wartości dotacji na 1 ha UR bez ONW. Wykorzystanie autokorelacji przestrzennej pozwoliło stwierdzić, zróżnicowanie regionalne ze względu na wykorzystanie środków z osi 2 – środowiskowej RDP. W przypadku analizy wielkości dotacji z uwzględnieniem dotacji ONW zróżnicowanie było mniejsze, a powstałe klastry województw mniej wyraźne. Silniejsze zróżnicowanie występowało w przypadku, gdy uwzględniono tylko te działania, w których otrzymywanie dotacji musi być poprzedzone złożeniem dodatkowego wniosku i podjęciem dodatkowych działań w gospodarstwie. Potwierdziło to wyniki innych badań pokazujące, że instrumenty polityki środowiskowej, zakładając jej dobrowolny charakter muszą być przede wszystkim atrakcyjne ekonomicznie i łatwe do osiągnięcia oraz realizacji dla beneficjentów.

**Rysunek 7. Wartość dotacji na 1 ha UR bez ONW. a) wykres punktowy Morana, b) wykres przynależności regionów do ćwiartek z wykresu punktowego Morana, c) wykres istotnych statystyk lokalnych Morana dla wartości dotacji na 1 ha UR bez ONW.**



Źródło: na podstawie Pietrzykowski i Wicki

W pracy Pietrzykowskiego<sup>31</sup> do analizy wybrano zmienne, które powszechnie są uważane jako wskaźniki makroekonomiczne. Jako macierz odległości wykorzystano macierz opartą na odległościach euklidesowych, które uzyskano na podstawie następujących cech: wartość PKB przypadająca na jednego mieszkańca, wartość średniej rocznej inflacji, stopa bezrobocia w mieście i na wsi. Wszystkie cechy były mierzone dla województw oraz według sekcji PKD 2004. Analizy przeprowadzono dla roku 2008. Ze względu na różnice w jednostkach i wielkościach w badanych zmiennych analizę poprzedzono ich standaryzacją.

<sup>31</sup> R. Pietrzykowski, *Rynek nieruchomości rolniczych i jego makroekonomiczne uwarunkowania – ujęcie przestrzenne*, [w:] J. Skołowski, (red.), S. Węgrzyn (red.), *Ekonomia*, tom 2, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław 2011, s. 94–106.

W pracy porównano współczynnik korelacji Morana ze standardową macierzą wag (sąsiedztwo pierwszego rzędu i standaryzacja wieszowa) z macierzą wag opartą na wskaźnikach makroekonomicznych. Cechy makroekonomiczne pozwoliły na określenie losowego rozmieszczenia województw ze względu na cenę ziemi, czyli nie stwierdzono, autokorelacji przestrzennej. Tym samym stwierdzono, że wybrane cechy makroekonomiczne nie powodują grupowania się województw ze względu na cenę rolniczą. Świadczyło by to o równomiernym rozłożeniu poziomów tych cech w województwach. W pracy wykorzystano miary przestrzenne korelacji Morana globalne i lokalne, które pozwoliły na określenie reżimów przestrzennych oraz wyznaczenie województw odstających. Dzięki statystyce lokalnej Morana stwierdzono, że województwa sąsiadujące z kujawsko – pomorskim różnią się istotnie ze względu na cenę ziemi za hektar (w roku 2008).

## 6. PODSUMOWANIE

Metody przestrzenne są coraz częściej wykorzystywane w analizach procesów ekonomicznych. Właściwie zastosowanie tych metod jest wskazane w tych naukach których zjawisko które obserwujemy położone jest w przestrzeni np. trendy demograficzne, badanie infrastruktury obszarów<sup>32</sup> i struktur przemysłowych<sup>33</sup>, koncentracja ekonomiczna i handlowa, analiza poparcia w wyborach, rozprzestrzeniania się chorób, wycena nieruchomości<sup>34</sup> i inne.

Celem pracy było przybliżenie metod przestrzennych, ze względu na obszerność tematu ograniczono się do zagadnienia autokorelacji przestrzennej. Omówiono takie współczynniki korelacji jak: Morana, Geary’ego, Getisa i Orda. Ze względu na to, że macierz wag określa się a priori, a jakość dalszych analiz zależy od jej specyfikacji. Kluczowym zagadnieniem w analizie przestrzennej jest określenie macierzy wag, która wpływa na uzyskanie końcowych wyników. Pewnym niebezpieczeństwem jest taki dobór macierzy wag, który spowoduje otrzymanie „oczekiwanych” wyników analizy przestrzennej. Najczęściej stosowana macierz wag to macierz oparta na kryterium wspólnej granicy, pierwszego rzędu i unormowane wierszowo. Jednak możliwe są bardziej wyrafinowane macierze wag, które oparte są na odległościach ekonomicznych, społecznych lub innych.

Wydaje się, że powstanie nowej ekonomii geograficznej (NEG), ekonometrii przestrzennej i rozwój innych nauk związanych z analizą przestrzenną, nakreśli nowy kierunek w rozwoju ekonomii.

---

<sup>32</sup> A. Woźniak, J. Sikora, *Autokorelacja przestrzenna wskaźników infrastruktury wodno-ściekowej woj. Małopolskiego*, „Infrastruktura i ekologia terenów wiejskich”, Kraków 2007, Nr 4/2, s. 315–329.

<sup>33</sup> W. Gierańczyk, *Badanie struktur przemysłowych w Polsce w dobie globalizacji ze szczególnym uwzględnieniem struktury przestrzennej*, Prace Komisji Geografii Przemysłu, 2008/11, s. 26–39.

<sup>34</sup> M. Ligas, *Przestrzenne modele autoregresji w zastosowaniu do wyceny nieruchomości*, „Journal of the Polish Real Estate Scientific Society”, 2006, vol. 14, 1, s. 123–136.

## BIBLIOGRAFIA

- Anselin L., *Lagrange Multiplier Test Diagnostics for Spatial Dependence and Spatial Heterogeneity*, Geographical Analysis, 20, 1988
- Anselin L., *Local Indicators of Spatial Association – LISA*, Geographical Analysis, 1995/27(2)
- Anselin L., *Thirty years of spatial econometrics*, Papers in Regional Science, Volume 89, Issue 1, 2010
- Anselin L., Florax R., Rey S. (red.), *Advanced in Spatial Econometrics. Methodology. Tools and applications*. Springer-Verlag, Berlin 2004
- Baltagi B. H., *Econometrics analysis of panel data*. John Wiley & Sons. New York 2005
- Cliff A. D., Ord K., *Spatial Process: Models and Applications*, Pion, London 1981
- Conley T. G., *GMM estimation with cross selection dependence*, Journal of Econometrics, 1999/92(1)
- Dacey M., *A review of measures of contiguity for two and k-color maps*. In *spatial analysis: A Reader in Statistical Geography*, B. Berry and D. Marble (eds), Englewood Cliffs, N.J., Prentics-Hall, 1968
- Domański R., *Gospodarka przestrzenna*. PWN, Warszawa 2006
- Doreian P., *Linear models with spatial distributed data. Spatial disturbances or spatial effects*, Sociological Methods and Research, 1980/9
- Fujita M., Krugman P. R., Venables A. J., *The Spatial Economy: Cities, Regions and International Trade*, The mit Press, Cambridge 2001
- Getis A., Mur J., Zoller H. (red.), *Spatial Econometrics and Spatial Statistics*. Palgrave Macmillan, New York 2004
- Gierańczyk W., *Badanie struktur przemysłowych w Polsce w dobie globalizacji ze szczególnym uwzględnieniem struktury przestrzennej*, „Prace Komisji Geografii Przemysłu”, 2008/11
- Henderson J. V., *New economic geography*, Edward Elgar Pub., London 2005
- Hsiao C., *Analysis of Panel Data*. Cambridge University Press 2003
- Kopczewska K., *Ekonometria i statystyka przestrzenna*, CEDEWU.PL, Warszawa 2007
- Koziół-Kaczorek D., Pietrzykowski R., *Analiza cen nieruchomości z wykorzystaniem statystyki Morana*, „Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości” 2011, Vol. 19, nr 3
- Ligas M., *Przestrzenne modele autoregresji w zastosowaniu do wyceny nieruchomości*, Journal of the Polish Real Estate Scientific Society, Volumen 14, 1, 2006
- Matyas L., Sevestre P. (red.), *The econometrics of Panel Data*. Kluwer Academic Publisher, Dordrecht 2006
- Ord J. K., Getis A., *Local Spatial Autocorrelation Statistics: Distributional Issues and an Application*, Geographical Analysis, 1995/27
- Paelinck J. H. P., Klaassen L. H., *Ekonometria przestrzenna*, PWN, Warszawa 1983
- Pietrzykowski R., *Przestrzenne ujęcie rynku nieruchomości mieszkaniowych w latach 2007–2010*, „Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego. Finanse. Rynki Finansowe. Ubezpieczenia” 2010, nr 616 (29)
- Pietrzykowski R., Wicki L., *Regional differentiation in absorption of CAP funds on agri-environmental programmes in Poland*, 2011, „Economic Science for Rural Development. Proceedings of the International Scientific Conference” 2011, nr 26



- Pietrzykowski R., *Rynek nieruchomości rolniczych i jego makroekonomiczne uwarunkowania – ujęcie przestrzenne*, [w:] Sokołowski J. (red.), Węgrzyn S. (red.), *Ekonomia*, tom 2, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, 2011
- Suchecki B., *Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych*, C.H. Beck, Warszawa 2010
- Tobler W. R., *A computer model simulating urban growth in Detroit region*. „Economic geography”, 1970/46(2)
- Upton G., Fingleton B., *Spatial Data Analysis by Example*, Wiley, New York 1985
- Woźniak A., Sikora J., *Autokorelacja przestrzenna wskaźników infrastruktury wodno-ściekowej woj. Małopolskiego*, „Infrastruktura i ekologia terenów wiejskich”, Kraków Nr 4/2/2007
- Zeliaś A., *Ekonometria przestrzenna*, PWN, Warszawa 1991

## THE USE OF STATISTICAL METHODS FOR SPATIAL ANALYSIS IN THE STUDY OF ECONOMIC

**Summary:** The aim of the article was to present spatial statistical methods. Due to the comprehensiveness of subject was limited to the issue of spatial autocorrelation. Discusses the correlation coefficients such as Moran, Geary, Getis and Ord. The paper presents examples of spatial analysis, which were conducted by the author. It also discusses key issue in the analysis of the spatial extent is the selection of matrix weight.

**Key words:** spatial econometrics, spatial autocorrelation, New Geographical Economics (NEG)

*dr inż. Robert Pietrzykowski,  
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie  
Katedra Ekonomiki Rolnictwa i Międzynarodowych  
Stosunków Gospodarczych  
ul. Nowoursynowska 166  
02-787 Warszawa  
e-mail: robert\_pietrzykowski@sggw.pl*